

Drogi Uczniu,

Gratulujemy awansu do II etapu Olimpiady Astronomicznej Juniorów! Upewnij się, że otrzymany arkusz testowy został poprawnie wydrukowany i zawiera **cztery zadania oraz dwie kopie mapy nieba**. Za każde zadanie możesz otrzymać maksymalnie 5 punktów.

Zawody trwają 3 godziny. Dozwolone jest korzystanie z dowolnych przyborów do pisanie oraz używanie kalkulatora prostego. Korzystanie z innych urządzeń elektronicznych, niedopuszczonych materiałów (książki, notatki) lub komunikowanie się w trakcie zawodów będzie skutkowało dyskwalifikacją. Wyjście do toalety lub oddanie prac i opuszczenie sali nie będzie możliwe w ciągu pierwszych 40 minut i przez ostatnie 15 minut. Pamiętaj, aby **rozwiązanie każdego zadania umieścić na osobnej kartce, a każdą stronę podpisać kodem uczestnika, numerem zadania, numerem strony w ramach rozwiązania i łączną liczbą stron rozwiązania**. Rozwiązanie powinno zawierać opis wszystkich kroków rozumowania, nie może zawierać luk logicznych oraz powinno być spisane w sposób czytelny i przejrzysty. Prace nieczytelne lub niepoprawnie podpisane mogą nie zostać sprawdzone. **Należy oddać rozwiązanie każdego zadania (w tym dokładnie jedną kopię mapy dołączonej do zadania 4), nawet jeśli jest ono puste.**

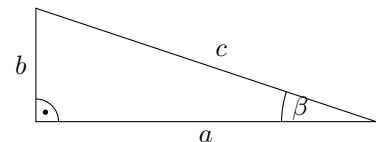
W razie problemów, wątpliwości, chęci wyjścia do toalety lub konieczności pobrania dodatkowych kartek prosimy o wezwanie członka komisji przeprowadzającej zawody poprzez podniesienie ręki. **Komisja nie udziela odpowiedzi na pytania związane z treścią zadań.**

Powodzenia!
KOAJ i KGOAJ

Wybrane stałe fizyczne i astrofizyczne:

stała grawitacji	$G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$
masa Słońca	$M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
masa Ziemi	$M_{\oplus} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
średni promień Ziemi	$R_{\oplus} = 6371 \text{ km}$
jednostka astronomiczna	$1 \text{ au} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$

Wskazówka. W trójkącie prostokątnym, w którym długość boku b jest istotnie mniejsza od długości boku a (oznaczenie $b \ll a$), miarę kąta β można przybliżyć za pomocą wzoru $\beta \approx \frac{b}{a} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$. Jest to dość dokładne przybliżenie nawet dla b tylko nieznacznie mniejszych od a . Na przykład, dla $b = \frac{1}{2}a$ wynik przybliżony różni się od rzeczywistego o ok. 8%, a dla $b = \frac{1}{4}a$ przybliżenie zwraca odpowiedź z dokładnością 2%.



Zadanie 1

Rezonans orbitalny jest ciekawym zjawiskiem, w którym dwa ciała okrążające bardziej masywny obiekt cyklicznie oddziałują ze sobą grawitacyjnie, a stosunek ich okresów orbitalnych jest stosunkiem dwóch nie-dużych liczb całkowitych. Oznacza to, że na daną liczbę obiegów wykonanych przez pierwsze ciało przypada pewna inna liczba okrążeń ciała drugiego wokół bardziej masywnej gwiazdy/planety.

W Układzie Słonecznym wiele par ciał wykazuje rezonans orbitalny. Przykładem jest Neptun i Pluton, o okresach orbitalnych odpowiednio 164,8 lat i 247,1 lat, tzn. na trzy okrążenia Neptuna wokół Słońca przypadają prawie dokładnie dwa odpowiednie okrążenia przez Plutona. Mówimy więc, że Neptun i Pluton wykazują rezonans 2:3. To samo zjawisko obserwujemy w przypadku trzech księżyców okrążających Jowisza – Io, Europy i Ganimedesa, o okresach kolejno 1,77, 3,55 i 7,15 dnia – tutaj mamy do czynienia z rezonansem aż trzech obiektów w stosunku 1:2:4.

Układ gwiazdy TRAPPIST-1 to znany układ planetarny posiadający aż 7 odkrytych egzoplanet krążących wokół gwiazdy centralnej o masie $M = 0,09M_{\odot}$. Orbity wszystkich egzoplanet są bardzo bliskie orbitom kołowym. Zakładając, że planeta **d** obiega gwiazdę TRAPPIST-1 po orbicie o promieniu $r_d = 0,0223$ au, promień orbity planety **e** wynosi $r_e = 0,0293$ au, a promień orbity planety **f** wynosi $r_f = 0,0385$ au, **oblicz okresy orbitalne tych planet**. Wyniki podaj w dniach. **Czy któreś pary planet wykazują rezonans orbitalny? Jeśli tak, wskaż które i zapisz, jaki to rezonans (np. 2:3).**

Zadanie 2

Zaobserwowano Międzynarodową Stację Kosmiczną (ISS) wyłaniającą się spod horyzontu.

- W momencie obserwacji ISS znajdowała się w odległości $d = 2319$ km od obserwatora. Oblicz wysokość ISS nad powierzchnią Ziemi.
- Zakładając, że ISS porusza się po orbicie kołowej wokół Ziemi, oblicz prędkość ISS.

Załóżmy, że obserwator znajduje się na równiku i długości geograficznej $\lambda = +40^\circ$ (40° E). Widzi on ISS wyłaniającą się spod horyzontu dokładnie na południu.

- W tym samym momencie ISS znajdowała się w zenicie dla obserwatora znajdującego się na współrzędnych geograficznych $\varphi = -20^\circ$, $\lambda = +40^\circ$. Podaj współrzędne horyzontalne ISS tam obserwowanej.
- Istnieje inny punkt na Ziemi niż ten podany w treści zadania, z którego ISS może być w tamtym momencie obserwowana dokładnie na horyzoncie. Podaj jego współrzędne geograficzne oraz współrzędne horyzontalne ISS stamtąd obserwowanej. Odpowiedź uzasadnij.
- Oszacuj, jaki fragment globu jest widoczny z pokładu ISS. Wynik podaj w procentach.

Zadanie 3

Obserwator znajdujący się na Ziemi widzi odległą gwiazdę (różną od Słońca). Załóżmy przybliżenie: $1 \text{ au} \ll d$, gdzie d jest odległością obserwator – gwiazda.

- Wytlumacz zjawisko paralaksy **heliocentrycznej**. Opisz w jaki sposób obserwator, wykorzystując to zjawisko, mógłby wyznaczyć odległość do gwiazdy.
- Wyprowadź wzór potrzebny do obliczenia odległości do gwiazdy znając kąt paralaksy (heliocentrycznej) do niej.

Teraz rozważmy obserwatora znajdującego się w satelicie obiegającym Ziemię po orbicie o promieniu $r = 2R_{\oplus}$, również obserwującego gwiazdę znajdującą się w odległości d od niego. Załóżmy przybliżenie: $r \ll 1 \text{ au} \ll d$.

- Rozważmy teraz dwa pomiary położenia gwiazdy oddalone o pół okresu obiegu satelity wokół Ziemi. Czy możemy analogicznie do podpunktu b) zdefiniować kąt paralaksy (tym razem **geocentrycznej**)? Jeśli tak, wyprowadź podobny jak w podpunkcie b) wzór na odległość obserwator – gwiazda. Możesz pominąć wpływ ruchu Ziemi wokół Słońca na pomiar.
- Znajdź odległość d_h od innej gwiazdy, dla której kąt paralaksy heliocentrycznej jest równy 1 sekundzie kątowej. Tak samo znajdź odległość d_g do gwiazdy, dla której kąt paralaksy geocentrycznej jest równy 1 sekundzie kątowej.

Zadanie 4

Pod koniec XV wieku nie były znane żadne sensowne sposoby pomiaru długości geograficznej. Ówczesne zegary nie nadawały się do transportu na dalekie dystanse i wykorzystywane były głównie zegary słoneczne pozwalające zmierzyć czas lokalny. Pewną alternatywę stanowiły obserwacje astronomicznych wydarzeń, których czas mógł być ustalony w znanych miejscach.

W nocy 12 października 1492 o godzinie 2:00 czasu lokalnego załoga statku Krzysztofa Kolumba pierwszy raz zauważyła wyspę Guanahaní na Bahamach. Na otrzymanej mapie nieba przedstawiono pozycję Księżyca, zaobserwowaną wówczas z pokładu statku. W tabeli poniżej załączono natomiast przybliżone odległości kątowe Księżyca odpowiednio od Procjona i Polluksa zmierzone dla różnych dni, zawsze o godzinie 12:00 czasu Greenwich, leżącego na długości geograficznej 0° .

Oszacuj o której godzinie **czasu Greenwich** oraz na jakiej długości geograficznej załoga statku dostrzegła Guanahaní. W obliczeniach pominij paralaksę Księżyca.

Wskazówka: możesz skorzystać z cyrkla oraz linijki.

Dzień	α_{Procjona}	α_{Polluksa}
10.10.1492	$27,5^\circ$	$25,5^\circ$
11.10.1492	$16,5^\circ$	16°
12.10.1492	10°	$12,5^\circ$
13.10.1492	15°	19°

Tabela: Odległości kątowe środka tarczy Księżyca od Procjona (α_{Procjona}) i Polluksa (α_{Polluksa}) zmierzone w wybrane dni o godzinie 12:00 czasu Greenwich ($\lambda = 0^\circ$).

Kod uczestnika: _____

Po zakończeniu pisania zawodów oddasz tę mapę komisji i zostanie sprawdzona. Możesz, choć nie musisz, na niej kreślić i pisać. Otrzymasz też drugą kopię tej mapy, która nie będzie zbierana.

